Problemas Matemáticas II

(GRUPO A. Prof. Rafael Lahoz Beltrá)
DEPT. MATEMATICA APLICADA (BIOMATEMATICA). FACULTAD DE BIOLOGIA, UCM

Serie 4. Variables aleatorias discretas y continuas.

1. Sea X una variable aleatoria con fdp:

X	1	2	3
f(x)	0.25	0.5	0.25

   Se pide calcular (a) E(x), (b) Var(x), (c) E(3+2X), (d) Var(3+2X).

2. En un yacimiento de fósiles hay dos especies, fosilizando una de ellas en forma de espiral y la otra circular. Si unos paleontólogos extraen una muestra de tamaño 20 ¿cuál es la probabilidad de que haya 6 con forma espiral y catorce con forma circular? Calcular la E(x) y Var(x) de la variable X="número de fósiles circulares en una muestra con tamaño 20".

3. La probabilidad de que en un sedimento haya un determinado mineral es de 0.65. Calcúlese la probabilidad de que en un grupo de 10 sedimentos la mitad contenga dicho mineral.

4. La probabilidad de encontrar agua subterránea en una finca es 0.45. Calcular la probabilidad de que en dicha finca si perforamos en ocho lugares elegidos al azar (a) todos tengan agua (b) al menos dos tengan agua (c) ninguno tenga agua.

5. Un cristalógrafo sabe que en los estudios de difracción de rayos X el 2% de los experimentos realizados contienen algún tipo de error en la interpretación de la estructura de un cristal. Si se eligen 40 estructuras cristalinas ¿cuál es la probabilidad de que contengan algún tipo de error 2 o 3 cristales?

6. Un sismógrafo no detecta el 1% de los movimientos sísmicos suaves, planteándose un geoestadístico las siguientes preguntas (a) ¿cuál es la probabilidad de que en 15 registros se produzcan dos errores? (b) ¿y en 100 registros entre 1 y 3 errores? (c) Calcular la probabilidad de que en 1000 registros se produzcan más de 12 errores.

7. El tres por mil de las rocas de una cantera no son aptas dada su composición química para la construcción. Si una empresa constructora encarga 11000 rocas para una fachada ¿cuál es la probabilidad de desechar más de 6 rocas?

8. La función de densidad de una variable aleatoria continua X viene dada por la función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & en\, el\, resto \end{cases}$$

   Calcular la E(x) y Var(x) de la variable.

9. En un estudio sobre el terreno se define la variable aleatoria continua X= "distancia desde un determinado punto a otro con longitud 90°E" (entre 0° y 180°, positivos —Este— o negativos —Oeste—)" siendo su función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le -2 \\ \dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{2} & -2 < x \le 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

Calcular (a) la E(x) y Var(x) de la variable, (b) p(X$\leq$1), (c) p(1<X$\leq$2), (d) p(X>3).

10. Compruébese que la función siguiente es de densidad de probabilidad (fdp) para una variable aleatoria continua *t* o "tiempo de espera de un suceso" donde α es el parámetro de la distribución:

$$f(t) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha t} & t > 0 \\ 0 & en\, el\, resto \end{cases}$$

11. Se supone que un estudio conduce a la conclusión de que el tiempo de espera *t* "hasta que un termómetro digital emite una señal sonora mostrando la temperatura" se ajusta al siguiente modelo de probabilidad:

$$f(t) = \begin{cases} 3e^{-kt} & t > 0 \\ 0 & en\, el\, resto \end{cases}$$

Se desea conocer (a) valor de *k* y (b) función de distribución F(t).

12. Sea $f(x) = \begin{cases} k(x-16) & 16 \leq x \leq 17 \\ 0 & en\, el\, resto \end{cases}$. Encuentre el valor de *k* para que *f(x)* sea fdp.

13. Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x + k & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & en\, el\, resto \end{cases}$. Encuentre el valor de *k* para que *f(x)* sea fdp.

14. Se sabe que la vida de una especie extinta hace 208 millones de años es una variable aleatoria que tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & para\ x < 1 \\ \dfrac{k}{x^4} & para\ x \geq 1 \end{cases}$$

Se pide (a) calcular *k* para que *f(x)* sea fdp, (b)¿cuál fue la vida media de esta especie?, (c) obtenga F(x).

15. La fecha de caducidad de un producto químico para depurar el agua es de 40 días. Suponiendo que el tiempo o vida útil del producto tiene distribución normal con una desviación típica de 6.3 días, calcular la probabilidad de que un frasco de este producto elegido al azar sea apto para su utilización (a) más de 32 días, (b) menos de 28 días y (c) entre 37 y 49 días.

16. Supóngase una universidad en la que las calificaciones en la asignatura de Geoestadística se puntúan entre 0 y 100, teniendo distribución N(74, 7.9). Calcular (a) la calificación de aprobado más baja si el 10% de los estudiantes obtuvieron suspenso, (b) la calificación de notable más alta si el 5% de los estudiantes obtuvieron sobresaliente, (c) la calificación de notable más baja si el 10% obtuvieron sobresaliente y el 25% notable.

17. Se sabe que la probabilidad de que una cierta clase de gema sea útil en joyería es 0.6. Sea X la variable aleatoria que representa el número de gemas útiles en una muestra de 1100. Se pide (a) escribir la ley de probabilidad de la variable X, (b) calcular p(670 < X $\leq$ 675), (c) ¿cuál es la probabilidad de que al menos 680 ejemplares sean útiles en joyería?